



1. a) Exigimos que (1) $x + 1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \rightarrow x \in [-1, +\infty[$
(2) $-1 + \sqrt{x+1} \neq 0 \rightarrow \sqrt{x+1} \neq 1 \rightarrow x+1 \neq 1 \rightarrow x \neq 0$

Por tanto si tenemos en cuenta las dos condiciones:

$$D = [-1, +\infty[- \{0\} = [-1, 0[\cup]0, +\infty[$$

- b) Exigimos que (1) $x + 1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \rightarrow x \in [-1, +\infty[$
(2) $x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \rightarrow x \in [-2, +\infty[$

Por tanto si tenemos en cuenta las dos condiciones:

$$D = [-1, +\infty[\cap [-2, +\infty[= [-1, +\infty[$$

c) $|x^2 - 1| > 0 \rightarrow D = R$

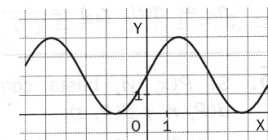
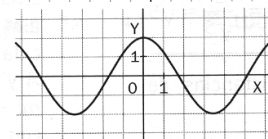
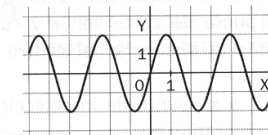
2. $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{2}{x} - 1}{1 + \frac{2}{x}} = \frac{2 - x}{2 + x}$; $f\left(\frac{1+x}{2-2x}\right) = \frac{2 + 2x - 1}{1 + \frac{2 + 2x}{2 - 2x}} = \frac{4x}{4} = x$

- 3.- La primera gráfica se corresponde con la función $y = f(2x)$, ya que es igual a la dada pero comprimida a la mitad.

La segunda se corresponde con $y = f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, ya

que es igual a la dada pero trasladada $\frac{\pi}{2}$ unidades hacia la izquierda.

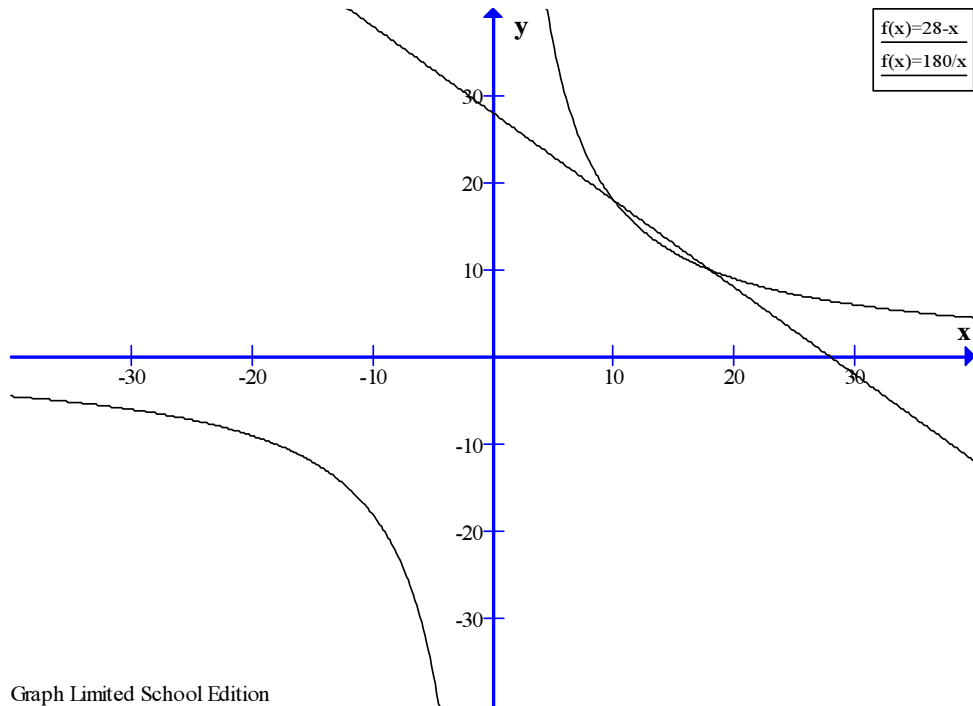
La tercera se corresponde con $y = 2 + f(x)$, ya que es igual a la dada pero trasladada 2 unidades hacia arriba.



- a) Área de un rectángulo $x \cdot y = 180 \rightarrow y = \frac{180}{x}$
b) Perímetro $2x + 2y = 56 \rightarrow x + y = 28 \rightarrow y = 28 - x$
c) Si cumplen ambas ecuaciones

$$\begin{cases} y = \frac{180}{x} \\ y = 28 - x \end{cases} \Rightarrow \frac{180}{x} = 28 - x \Rightarrow 180 = 28x - x^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

El rectángulo de dimensiones 18 y 10 cm verifica las condiciones de a y b a la vez. Es el único rectángulo con área 180 cm² y perímetro 56 cm.

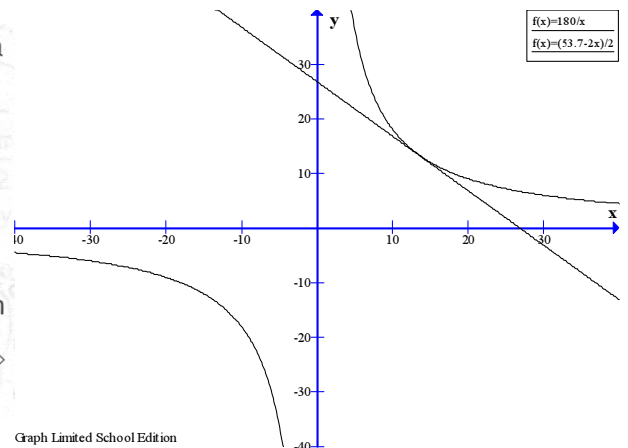


d) En este caso, la recta debería ser tangente a la hipérbola. Por tanto, el sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{180}{x} \\ y = \frac{p}{2} - x \end{cases} \text{ debería tener una única solución:}$$

$$\frac{180}{x} = \frac{p}{2} - x \Rightarrow 2x^2 - px + 360 = 0 \text{ ecuación}$$

con solución única $\Rightarrow p^2 - 8 \cdot 360 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow p = \sqrt{2880} \approx 53,7 \text{ cm}$



El ejercicio anterior también se podrá resolver utilizando el cálculo diferencial.

4.- a) $f(x) = \ln(x^3 - x) \rightarrow$ Exigimos $x^3 - x > 0 \rightarrow$ Resolvemos la ecuación $x(x^2 - 1) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 0, x = 1$ y $x = -1 \rightarrow$ Estudiamos el signo de $x^3 - x$

$x^3 - x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
	-	+	-	+	

Luego $D =]-1, 0[\cup]1, +\infty[$

b) $g(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$; Exigimos que (1) $1-x^2 \geq 0 \rightarrow [-1, 1]$; (2) $x \neq 0$

Por tanto $D = [-1, 1] - \{0\} = [-1, 0[\cup]0, 1]$



c) $h(x) = \log\left(\frac{1}{2-x}\right) \rightarrow \frac{1}{2-x} > 0 \rightarrow 2-x > 0 \rightarrow 2 > x \rightarrow \boxed{D =]-\infty, 2[}$

5.- $f(x) = \sqrt{x^5 + 5x^4 - x^3 - 5x^2} \rightarrow$ Exigimos que $x^5 + 5x^4 - x^3 - 5x^2 \geq 0$

Para ello resolvemos la ecuación

$x^5 + 5x^4 - x^3 - 5x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^3 + 5x^2 - x - 5) = 0 \rightarrow$ Por Ruffini \rightarrow

$\rightarrow x = 0$ (doble); $x = 1$; $x = -1$; $x = -5$; Estudiamos el signo

$x^5 + 5x^4 - x^3 - 5x^2 =$	$-\infty$	-5	-1	0	1	$+\infty$
$x^2(x-1)(x+1)(x+5)$	-	+	-	-	+	

Luego el dominio es $\boxed{D = [-5, -1] \cup [1, +\infty[}$

6.- $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x-2}}$; Para calcular la inversa despejaremos la y:

$y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x-2}} \rightarrow y^3 = \frac{x-1}{x-2} \rightarrow (x-2)y^3 = x-1 \rightarrow xy^3 - 2y^3 = x-1 \rightarrow xy^3 - x = 2y^3 - 1 \rightarrow$

$\rightarrow x(y^3 - 1) = 2y^3 - 1 \rightarrow x = \frac{2y^3 - 1}{y^3 - 1} = f^{-1}(y) \Rightarrow$

$f^{-1}(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^3 - 1}$

Para comprobarlo $f(f^{-1}) = x$, veámoslo

$$f \circ f^{-1} = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{2x^3 - 1}{x^3 - 1}\right) = \sqrt[3]{\frac{\frac{2x^3 - 1}{x^3 - 1} - 1}{\frac{2x^3 - 1}{x^3 - 1} - 2}} = \sqrt[3]{\frac{2x^3 - 1 - x^3 + 1}{2x^3 - 1 - 2x^3 + 2}} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{1}} = \sqrt[3]{x^3} = x$$

7.- En primer lugar resolveremos la ecuación $x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$ y $x = -2$

a) $f(x) = x^2 + x - 2 \rightarrow \boxed{D = \mathbb{R}}$

b) $y = \frac{1}{x^2 + x - 2} \rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{-2, 1\}}$

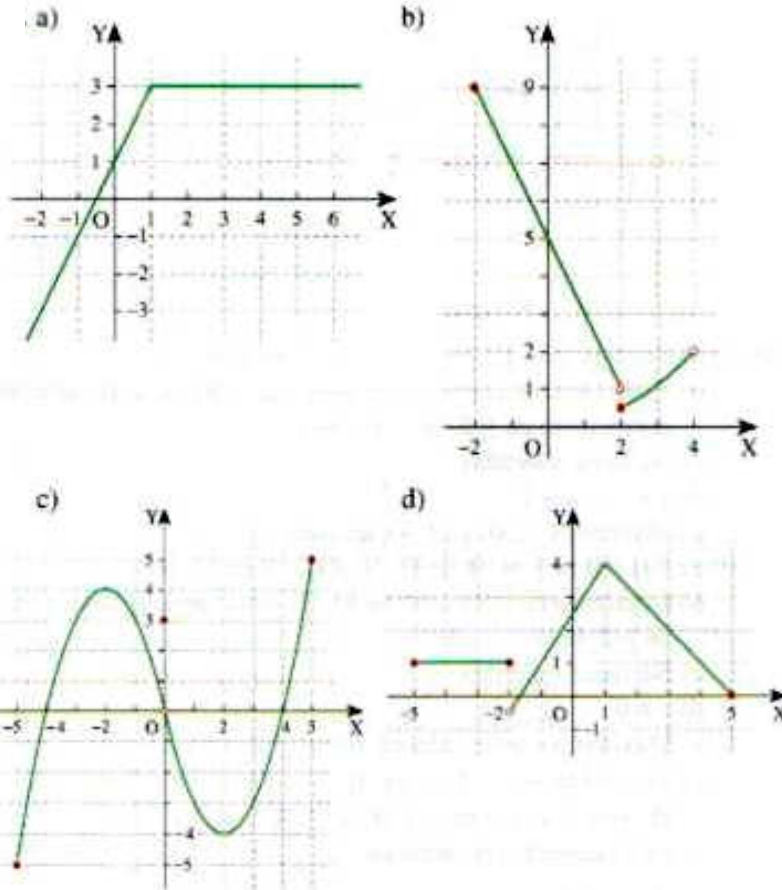
c) $y = \sqrt{x^2 + x - 2} \rightarrow x^2 + x - 2 \geq 0 \rightarrow \boxed{D =]-\infty, -2] \cup [1, +\infty[}$

8.- a) $D = \mathbb{R}$; b) $D = \mathbb{R}$

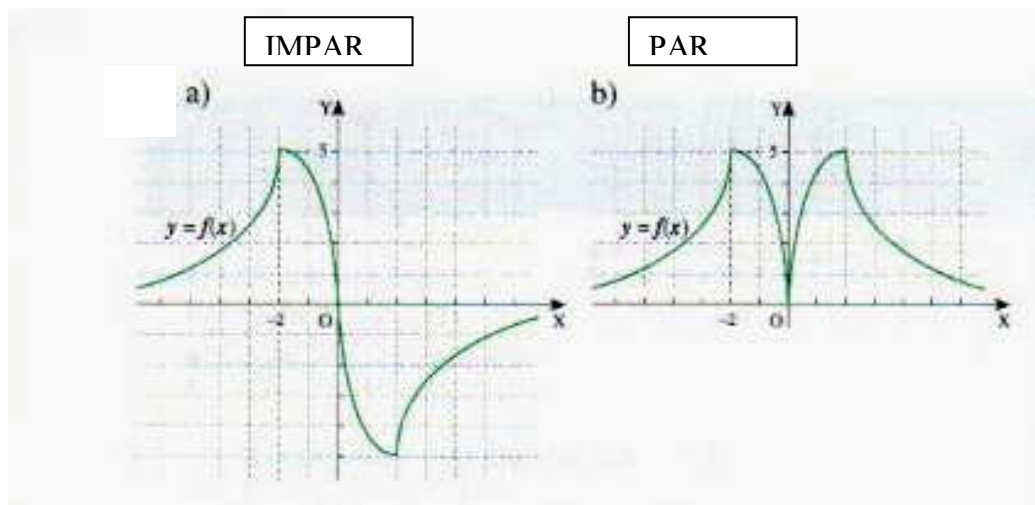


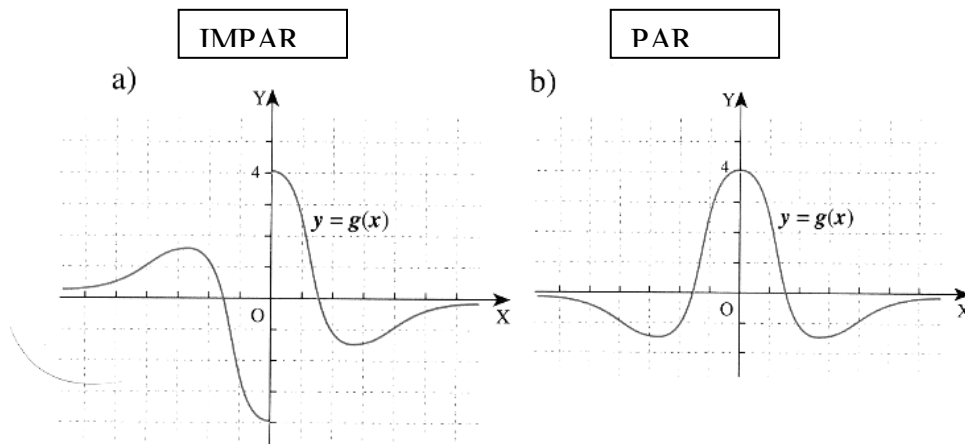
- 9.- a) $D =]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]3, +\infty[$; $Im = [-2, +\infty[$
b) $D = [-4, 5[$; $Im = [-3, 5[$
c) $D = \mathbb{R} - \{0\}$; $Im = \mathbb{R}$
d) $D =]-\infty, 0[\cup]1, 4[\cup]4, +\infty[$; $Im = \mathbb{R} - \{0\}$

10.-



11.-





12.-

- a) a) $f(x) > 0$ en $]2; +\infty[$; $f(x) < 0$ en $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[$
 b) Estrictamente creciente en $]-\infty, -2[\cup]0, 3[$; estrictamente decreciente en $]-2, 0[\cup]3, +\infty[$
 c) No tiene simetrías
 d) $x = -2$; $x = 2$
 e) Máximos $(-2, 0)$ y $(3, 4)$; mínimo $(0, -2)$
- b) a) $f(x) > 0$ en $]-\infty, 0[\cup]0, 2[$; $f(x) < 0$ en $]2, +\infty[$
 b) Estrictamente creciente en $]0, 2[$; estrictamente decreciente en $]-2, 0[$
 c) No tiene simetrías
 d) $x = 0$
 e) Máximo no tiene; mínimo $(0, 0)$
- c) a) $f(x) > 0$ en $]-\infty, -3[\cup]0, 3[\cup]5, +\infty[$; $f(x) < 0$ en $]-3, 0[\cup]3, 5[$
 b) Estrictamente creciente en $]-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}[\cup]4, 5,5[$; estrictamente decreciente en $]-\infty, -\frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}, 4[\cup]5,5, +\infty[$
 c) No tiene simetrías
 d) $x = -3$, $x = 0$, $x = 3$, $x = 5$
 e) Máximo $(\frac{3}{2}, 1)$ y $(5,5, \frac{1}{4})$; mínimo $(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4})$ y $(4, -\frac{1}{2})$
- d) a) $f(x) > 0$ en $]-\infty, -1[\cup]0, 3[\cup]4, +\infty[$; $f(x) < 0$ en $]3, 4[$
 b) Estrictamente creciente en $]-4, -3[\cup]0, 3[\cup]3, 5[$; es estrictamente decreciente en $]-\infty, -4[\cup]5, +\infty[$
 c) No tiene simetrías
 d) $x = 0$ y $x = 4$
 e) Máximo en $(5, 2)$; mínimo en $(-4, 2)$
- e) a) $f(x) > 0$ en $]-\infty, -4[\cup]-2, -1[\cup]0, +\infty[$; $f(x) < 0$ en $]-4, -2[\cup]-1, 0[$
 b) Estrictamente creciente en $]-3, -1,5[$; estrictamente decreciente en $]-\infty, -3[\cup]-1,5, 0[\cup]0, +\infty[$
 c) No tiene simetrías



d) $x = -4, x = -2, x = -1$

e) Máximo $\left(-1,5, \frac{1}{4}\right)$; mínimo $(-3, -1)$

f) a) $f(x) > 0$ en $]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$; $f(x) < 0$ en $]2, 4[$

b) Estrictamente creciente en $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$; estrictamente decreciente no es nunca

c) Simétrica respecto del punto $(2, 2)$

d) $x = 4$

e) Máximo y mínimo no tiene

13.-

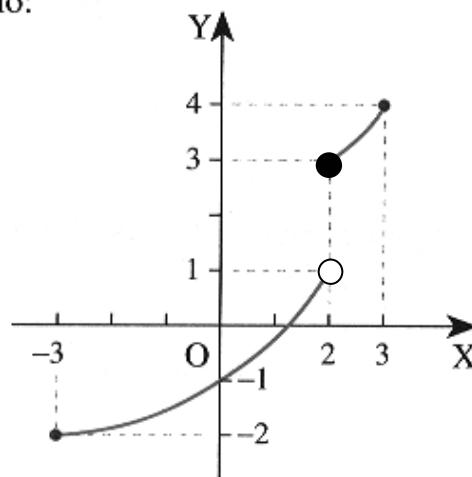
a) $f^{-1}(x) = \frac{2-x}{3}$ b) $f^{-1}(x) = x^2$ c) $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x}$

d) No tiene inversa e) $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{x-1}$ f) $f^{-1}(x) = 3-5x$

14.-

a) 2 b) 2 c) 2 d) 0
e) -1 f) no existe g) 1 h) 2

15.- Por ejemplo:



16.- a) $1/3$ b) 0 c) 3 d) 3

17.- . Si porque $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^2 + 1}{2x^2 - 3} = 5$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x^2 + 1}{2x^2 - 3} = 5$

18.- Asintotas verticales: Buscaremos los números que anulen el denominador ya que en dichos puntos la función se hará infinita.

$x-7=0 \rightarrow x=7$. Comprobemos si el límite se hace infinito en 7:



$$\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{x+5}{x-7} = \frac{12}{0^+} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{x+5}{x-7} = \frac{12}{0^-} = -\infty \text{ Por tanto } x = -7 \text{ es un A. vertical}$$

Asíntotas horizontales: Calcularemos el límite de la función en el infinito.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+5}{x-7} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+5}{x-7} = 1 \text{ Por tanto } y = 1 \text{ es una A. horizontal.}$$

$$19.- \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2+x}{x^2} = \frac{2}{(0^+)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2+x}{x^2} = \frac{2}{(0^-)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\text{Por tanto } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2+x}{x^2} = +\infty$$

$$\text{b) } -\infty \quad \text{c) } +\infty$$

$$20.- \text{ a) } \frac{1}{3} \quad \text{b) } 2\sqrt{5}$$

$$21.- \text{ a) } 0 \quad \text{b) } +\infty$$

$$22.- \text{ a) } (\sqrt{1})^2 = 1 \quad \text{b) } \left(\frac{1}{2}\right)^{+\infty} \rightarrow 0$$

$$23.- \text{ a) } 3^{-\infty} \rightarrow 0 \quad \text{b) } +\infty$$

$$24.- \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x^2 + 5x - 3}{5x - 10} = \frac{19}{0^+} = +\infty \quad \text{b) } 0$$

$$25.- \text{ a) } 2 ; \quad \text{b) } 3/5$$

$$26.- \text{ a) } +\infty \quad \text{b) } 0$$

$$27.- \text{ a) } 0; \quad \text{b) } +\infty$$

$$28.- \text{ a) } \frac{\sqrt{1}}{1} = 1 \quad \text{b) } 2$$

$$29.- \text{ a) } 0 ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 1)}{(x+1)} = \frac{3}{2}$$

$$30.- \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)}{(x-1)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)}{(x+2)} = \frac{-2}{1} = -2$$



$$31.- a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{27 + x^3}{27 + 9x} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x^2 - 3x + 9)}{9(3+x)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 - 3x + 9)}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x+3)}{(x-3)} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

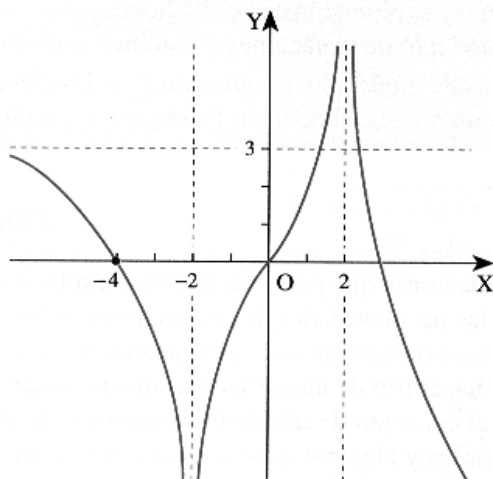
$$32.- a) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 9}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)^2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x+3)}{(x-3)} = \frac{6}{0^-} = -\infty$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - 3x^3}{x^3 - 2x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3(x^2 - 3)}{x(x^2 - 2x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 2x + 1)} = 0$$

33.-

- | | | | |
|--------------|--------------|------|------|
| a) $+\infty$ | b) $-\infty$ | c) 0 | d) 3 |
| e) $-\infty$ | f) $+\infty$ | g) 0 | h) 3 |

34.- Por ejemplo:



35.- El dominio de la función es $D =]-4, 2[\cup]2, 5]$

Por lo que en los puntos que no son del dominio la función no es continua ya que no existe el valor de la función. Estudiaremos también la continuidad en el punto $x = -2$ y estudiaremos los límites laterales en $x = -2$ para ver si presenta una discontinuidad evitable.

$x = -2$

- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-6 - 2x) = -2$
- $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} -x^2 = -4$
- $f(-2) = -2$



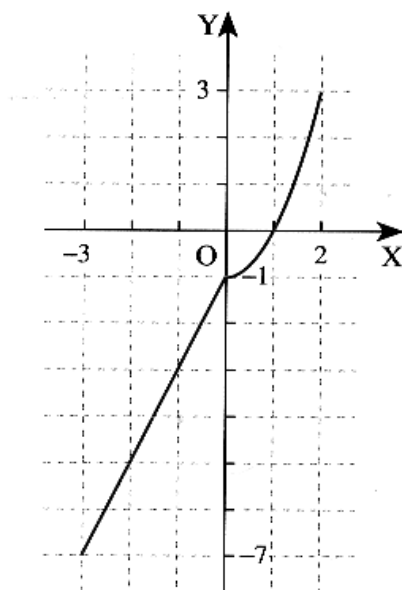
Vemos que no existe el límite en $x = -2$, luego la función no es continua en $x = -2$ y presenta una discontinuidad de salto finito.

$$x = 2$$

- No existe $f(2)$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} -x^2 = -4$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} -4 = -4$

Existe el límite de la función cuando x tiende a 2, pero la función no es continua ya que no existe el valor de la función en 2. La función presenta en $x = 2$ una discontinuidad evitable.

36.-



37.-

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 2} - x)(\sqrt{x^2 - 2} + x)}{(\sqrt{x^2 - 2} + x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 2})^2 - x^2}{(\sqrt{x^2 - 2} + x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2}{(\sqrt{x^2 - 2} + x)} = 0$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1-x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1)}{x(\sqrt{1-x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{((\sqrt{1-x})^2 - 1^2)}{x(\sqrt{1-x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(\sqrt{1-x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{(\sqrt{1-x} + 1)} = \frac{-1}{2}$$

38.-

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x - 4} = +\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^3 - 4x^2 + 3} = 0 ; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 - 2x + 5}{4x^2 - 4} = \frac{-3}{4}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x})^2 - (1)^2}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{5}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{5})(\sqrt{x}+\sqrt{5})}{(x-5)(\sqrt{x}+\sqrt{5})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{5})^2}{(x-5)(\sqrt{x}+\sqrt{5})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x}+\sqrt{5})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{5}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2}{\sqrt{x} - 3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-3}{\sqrt{4x^2+3x-1}} = \frac{5}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+3x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+3x}-x)(\sqrt{x^2+3x}+x)}{(\sqrt{x^2+3x}+x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+3x})^2 - (x)^2}{(\sqrt{x^2+3x}+x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2+3x}+x} = \frac{3}{\sqrt{1}+1} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-3} - \sqrt{x+3}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x-3}-\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x-3})^2 - (\sqrt{x+3})^2}{(\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6}{(\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3})} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+1}-x)(\sqrt{x+1}+x)}{(\sqrt{x+1}+x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+1})^2 - (x)^2}{(\sqrt{x+1}+x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1-x^2}{(\sqrt{x+1}+x)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{x+3} \right)^{4x} = 2^\infty = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+3} \right)^{\frac{4x}{x^2+1}} = 1^0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+3} \right)^{4x} = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+3} \right)^{4x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} 4x \left(\frac{x-5}{x+3} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} 4x \left(\frac{-8}{x+3} \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-32x}{x+3}} = e^{-32}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x-5} \right)^x = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x-5} \right)^x = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 + \frac{3}{x-5} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x-5}} = e^3$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x^2} \right)^x = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x^2} \right)^x = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 + \frac{3}{x^2} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x^2}} = e^0 = 1$$

39.- a) $\boxed{D = \mathbb{R}}$

b) $\boxed{D = \mathbb{R}}$

c) $\boxed{D = \mathbb{R}}$

d) $x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{2\}}$

e) x^2+1 nunca es cero por tanto $\boxed{D = \mathbb{R}}$

f) $x^2-1=0 \rightarrow x=\pm 1 \rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}}$

g) $x+4 \geq 0 \rightarrow x \geq -4 \rightarrow \boxed{D = [-4, +\infty[}$

h) x^2+4 siempre es positivo por tanto $\boxed{D = \mathbb{R}}$

i) $x^2+x-6 \geq 0 \rightarrow x^2+x-6=0 \rightarrow x=2$ y $x=-3$,

Estudiaremos el signo en los intervalos

	- ∞	- 3	2	+ ∞
$x^2 + x - 6$	+	-	+	

Luego el dominio será $\boxed{D =] - \infty, -3] \cup [2, \infty [}$



- j) $\frac{x+2}{x-3} \geq 0 \rightarrow$ si $x+2=0 \rightarrow x=-2$ y si $x-3=0 \rightarrow x=3$ Estudiaremos el signo de la función en los siguientes intervalos:

	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$\frac{x+2}{x-3}$	+	-	+	

Por tanto $D =]-\infty, -2] \cup]3, \infty[$

* El 3 no es del dominio ya que anula el denominador

- k) $x(x-2) \geq 0 \rightarrow$ si $x(x-2) = 0$ entonces $x=0$ y $x=2$, Por tanto estudiaremos el signo de la función en los intervalos:

	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$x(x-2)$	+	-	+	

Por tanto $D =]-\infty, 0] \cup [2, \infty[$

- l) Exigiremos que
 1) $x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1$
 2) $x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$

Por tanto $D = [-1, \infty[- \{1\}$ es decir $D = [-1, 1[\cup]1, \infty[$

40.- Para estudiar la continuidad en este tipo de funciones deberemos calcular su dominio. En los puntos que no son del dominio no existirá el valor de la función y por tanto no serán continuas.

- a) $D = \mathbb{R} - \{2\}$.
- b) $D = \mathbb{R} - \{2, 3\}$.
- c) $D = \mathbb{R}$
- d) $D = \mathbb{R} - \left\{ x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$
- e) $D = [3, +\infty[$
- f) $D =]-\infty, -2] \cup [3, \infty[$
- g) $D = \mathbb{R}$
- h) $D = \mathbb{R} - \left\{ x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$
- i) $D =]-3, +\infty[$
- j) $D =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$
- k) $D = \mathbb{R}$



41.- Estudiaremos el dominio y los puntos donde la función cambia de expresión

a) $D = \mathbb{R}$. Estudio de la continuidad en $x = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x + 1) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x - 1) = -1$
- $f(0) = 1$

Vemos que $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, por lo que no es continua en $x = 0$ (presentando una discontinuidad esencial de salto finito)

b) $D = \mathbb{R}$. Estudio de la continuidad en $x = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x - 1) = -1$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 - 1) = -1$
- $f(0) = 2$

Vemos que $\exists \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ pero no coincide con $f(0) = 2$, por lo que no es continua en $x = 0$ (presentando una discontinuidad evitable).

c) $D = \mathbb{R} - \{2\}$.

- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 1) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 1) = 3$
- no existe $f(2)$

La función no es continua en $x = 2$, ya que no existe el valor de la función en 2, aunque sí existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ (presenta por tanto una discontinuidad evitable).

d) $D = \mathbb{R}$. Estudiaremos la continuidad en $x = 2$

- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 6) = -2$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2 - x^2) = -2$
- $f(2) = -2$

La función es continua en todos los reales.

e) $D = \mathbb{R} - \{0\}$

Vemos que la función no es continua en $x = 0$, ya que

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$
- No existe $f(0)$



Presenta en $x = 0$ una discontinuidad esencial de salto infinito.

Estudiaremos también la continuidad en $x = 1$

- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x+1} = \sqrt{2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x} = 1$
- $f(1) = \sqrt{2}$

Vemos que $\nexists \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ por lo que no es continua en $x = 1$ (presentando una discontinuidad esencial de salto finito)

42.- a)

- $D = \mathbb{R}$
- $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 9$
- $f(3) = 9$
- $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 16$
- $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 0$
- $f(4) = 0$

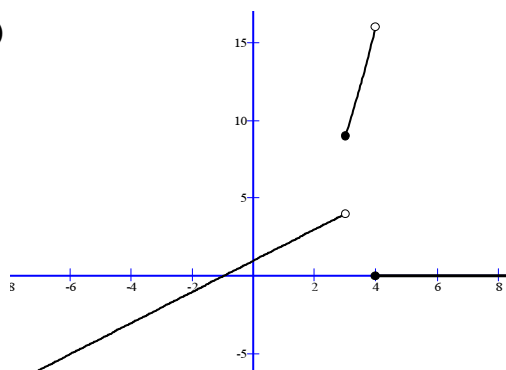
La función es continua en todos los reales salvo en:
 $x = 3$ (presenta una discontinuidad esencial de salto finito).
 $x = 4$ (presenta una discontinuidad esencial de salto finito).

b)

- $D = \mathbb{R}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$
- $f(1) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$
- $f(2) = 3$

Vemos que la función es continua en $x = 1$ y no en $x = 2$.
 Por tanto, la función es continua en todos los reales salvo en:
 $x = 2$ (presenta una discontinuidad esencial de salto finito).

a)



b)

